

基空间非对称拉普拉斯全变分高光谱图像去噪

司伟纳, 叶军, 姜斌

南京邮电大学 理学院 江苏 南京 210023

摘要: 真实的高光谱图像 (HSI) 容易遭受高强度混合噪声的破坏, 如何精确地对噪声进行建模在后续处理任务中至关重要。非对称拉普拉斯噪声建模方法取得了较好的混合噪声去除效果, 该方法考虑到噪声的重尾性和非对称性, 对不同波段的不同噪声进行建模。但忽略了 HSI 梯度基空间的内在分布特征, 导致噪声残留。针对此问题, 提出基空间非对称拉普拉斯全变分 (BSALT V) 的 HSI 去噪模型。梯度基空间 U_i 充分保留了原始梯度图的先验信息, 能够更好地反映 HSI 梯度的稀疏先验分布特征, 并且在不同波段上呈现出独特的非对称分布。通过对梯度基 U_i 和噪声的非对称分布进行探索, 精确挖掘了图像的全局低秩信息和不同波段的噪声分布特征, 从而在保持图像边缘和纹理的同时减少噪声, 避免了图像失真和过度平滑。最后, 通过 ADMM 算法求解模型, 在合成和真实数据集上的大量实验结果表明, 所提方法优于对比的其他先进的降噪方法。

关键词: 高光谱图像, 去噪, 噪声建模, 非对称拉普拉斯分布, 全变分, 梯度基空间, 交替方向乘子法, 稀疏先验

中图分类号: TP751

引用格式: 司伟纳, 叶军, 姜斌. XXXX. 基空间非对称拉普拉斯全变分高光谱图像去噪. 遥感学报, XX(XX): 1-11

SI Weina, YE Jun, JIANG Bin. XXXX. Base space Asymmetric Laplacian Total Variational Hyperspectral image denoising. National Remote Sensing Bulletin, DOI: 10.11834/jrs.20244319

引言

高光谱图像 (Hyperspectral Image, HSI) 具有较高的光谱精度, 可以揭示物体特性并促进各种图像分析任务, 包括目标识别 (Tao 等, 2016)、超分辨率 (Dong 等, 2016) 和矿物勘探 (Willett 等, 2014) 等。然而, 由于外界条件和成像传感器的限制, 以及图像传输过程中热电子、暗电流等多种因素的影响, 实际获得的 HSI 不可避免地会受到各种噪声的破坏, 严重降低了图像质量。因此, 研究一种有效的图像恢复方法对于提高后续处理任务的精度至关重要。

低秩基空间正则化的去噪方法取得了显著的恢复效果。Zheng 等 (2020) 提出双因子正则化低秩张量分解 (Double Factor Regularized Low-Rank Tensor Factorization, LRTDFR) 的方法, 该方法分别探索了空间因子的群稀疏性和光谱因子的连续性, 提高了 HSI 的去噪性能。Peng 等 (2020)

考虑到 HSI 梯度基空间在所有波段上稀疏分布的独立性, 提出增强型三维全变分 (Enhanced 3DTV, E3DTV) 去噪模型, 该模型对 HSI 梯度基空间施加稀疏性约束, 能够较好地映射原始图像的全局稀疏分布特征。Qian 等 (2024) 提出全变分加权差正则 (Total Variation Weighted Difference Regularization) 的方法, 该方法利用 l_1 范数与 l_1 范数的全变分加权差对沿梯度映射的基矩阵施加稀疏性约束, 有效避免了图像伪影和细节信息丢失。此外, Peng 等 (2023) 提出三维相关全变分正则化 (Correlated Total Variation, CTV) 的去噪方法, 该方法充分利用并编码了联合低秩和局部光滑矩阵的先验信息, 在高污染的图像数据中分离出联合低秩和局部平滑部分及高概率的稀疏部分。上述方法均假设 HSI 受到高斯噪声或拉普拉斯噪声的污染。众所周知, 噪声类型复杂多样, 且在不同波段的噪声强度也不相同, 不能简单地用高斯噪声或拉普拉斯噪声来建模。

收稿日期: XXXX-XX-XX; 预印本: XXXX-XX-XX

基金项目: 国家自然科学基金 (61971234); 南京邮电大学校内基金 (NY220209)。

第一作者简介: 司伟纳, 研究方向为模式识别、遥感图像处理 and 机器学习。Email: 17201628783@163.com

通信作者简介: 叶军, 研究方向为模式识别、机器学习和图像处理。E-mail: yj8422092@163.com

此外,结合神经网络和深度先验的深度学习技术在HSI去噪领域取得了显著进展。Cao等(2022)提出深度空间-光谱全局推理网络(Deep Spatial-Spectral Global Reasoning Network, DSSGRN)用于HSI去噪,提出两个新的模块来建模和推理全局关系信息,通过多种表征方式增强了复杂噪声的处理能力。Ma等(2020)提出增强非局部级联网络注意机制(Enhanced Nonlocal Cascading Network with Attention Mechanism, ENCAM)的HSI去噪方法,该方法利用级联残差密集结构提取不同频率特征,引入非局部结构,采用多尺度卷积和通道关注模块增强提取的多尺度特征。但深度模块较难预测光谱相关性,且涉及复杂的模型和大量的计算,难以实现实时处理,不适用于更复杂的真实噪声情况。

现有的许多方法缺少对实际噪声分布的独立性和非对称性研究,并且拉普拉斯分布仅对噪声的重尾性进行建模,无法精确刻画噪声的分布特征。Xu等(2022)发现真实的噪声既具有重尾性又具有非对称性,将拉普拉斯分布推广为非对称拉普拉斯(Asymmetric Laplace, AL)分布来模拟噪声的重尾性和非对称性,提出非对称拉普拉斯噪声建模(Modeling Based on Asymmetric Laplacian Noise, BALMF)的HSI去噪方法。该方法假设每个波段的噪声都服从AL分布,结合低秩矩阵分解(Low-Rank Matrix Factorization, LRMF),利用极大似然估计原理建立新的模型。Wang等(2023)提出非对称噪声建模的深度图像先验(AL Noise Modeling Deep Image Prior-Spatial Spectral Total Variation, ALDIP-SSTV)去噪方法,该方法通过将非对称拉普拉斯噪声模型与深度先验相结合,同时应用空间-光谱全变分(Spatial-Spectral Total Variation, SSTV)约束,有效保留了HSI空间维和光谱维的信息。这两种方法更精确地建立了噪声模型,提高了HSI的去噪性能,但前者未考虑空谱维的信息,不能很好保留图像的边缘和细节信息,后者具有较高的计算复杂度。

另外,在对HSI数据的梯度基空间 $U_i \in \mathbb{R}^{M \times R} (i = 1, 2, 3)$ 的探索中,发现 U_i 的直方图也呈非对称分布,且具有重尾性。如图1所示,图1是真实数据集urban中的梯度基空间 U_3 的概率密度分布图,以及其高斯概率密度拟合图,拉普拉斯概率密度拟合图和非对称拉普拉斯概率密度

拟合图。可以观察到, U_3 是非对称的,例如,在图1中, U_3 在区间 $0.02 \sim 0.1$ 和 $-0.02 \sim -0.1$,频率 $f(U_3)$ 和 $f(-U_3)$ 的变化相差较大。其次,可以发现 U_3 是重尾的,从图1中可以明显看出 U_3 的分布图大致轮廓不符合正态分布和拉普拉斯分布,且 $f(U_3)$ 高于正态分布和拉普拉斯分布的频率。因此, U_3 既具有非对称性又具有重尾性,服从AL分布。再者, U_3 值大多数为零或接近于零,因此, U_3 具有稀疏性。

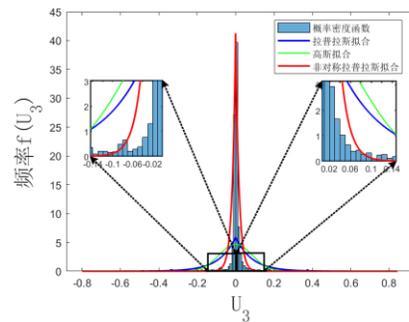


图1 U_3 的概率密度分布图和拟合图

Fig.1 Probability density distribution diagram and fitting diagram of U_3

据此,本文提出基空间非对称拉普拉斯全变分(Basis Space Asymmetric Laplacian Total Variable, BSALT)的HSI去噪模型,该模型利用AL分布建模真实的HSI噪声和梯度基空间 U_i ,充分探索了 U_i 的内在分布信息及不同波段上的不同噪声模式,具体贡献如下:

1、充分利用图像的内在分布特征,探索了梯度基空间 U_i 内在非对称结构,保留了HSI梯度图的先验信息,防止恢复后的图像过于平滑。

2、利用噪声和梯度基空间呈现重尾性和非对称的特点,将噪声和梯度基空间建模为非对称(AL)分布,提出基空间非对称拉普拉斯全变分(BSALT)的HSI去噪模型。该模型不仅能够很好地反映HSI梯度在所有波段的不同相关稀疏结构,而且有效地保留了图像中的边缘和细节,探索了空间光谱维的低秩先验信息,提高了HSI去噪性能。

3、采用交替方向乘法求解本文模型,推导出交替迭代规则,实验验证了该方法具有更好的性能。

2 相关工作

2.1 HSI去噪的低秩模型

一般来说, HSI在光谱维上具有较高的相关性。干净的HSI往往有许多小的奇异值, 这意味着干净的HSI大多是低秩的 (Wang等, 2023)。根据LRMF, 对于给定的HSI $Y \in \mathbb{R}^{MH \times B}$, 有:

$$Y = X + N = UV^T + N \quad (1)$$

等价于:

$$y_{ij} = x_{ij} + n_{ij} = u_{i,:} v_{:,j}^T + n_{ij} \quad (2)$$

其中 $U \in \mathbb{R}^{MH \times R}$ 和 $V \in \mathbb{R}^{B \times R}$ 的秩均为 R , Y 表示观测的HSI, $N \in \mathbb{R}^{MH \times B}$ 表示噪声, $X \in \mathbb{R}^{MH \times B}$ 表示干净的HSI。 M 、 H 和 B 分别表示HSI的高度、宽度和光谱波段数。 $u_{i,:}$ 表示 U 的第 i 行, $v_{:,j}$ 表示 V 的第 j 行。

2.2 非对称拉普拉斯去噪模型

去噪任务中的噪声建模可以看作一种是先验信息。大多数方法简单地将噪声建模为高斯分布或拉普拉斯分布, 不能准确反映实际HSI成像中的复杂噪声, 且忽略了HSI噪声的非对称性。因此, Xu等 (2022) 考虑到实际的噪声分布, 将噪声建模为AL分布, 提出非对称拉普拉斯噪声建模 (BALMF) 的去噪方法来获得更好的性能。

假设噪声 N 服从AL分布, 有:

$$n_{ij} \sim AL_j(n_{ij}|0, \lambda_j, \kappa_j) \quad \forall j = 1, 2, \dots, B \quad (3)$$

其中 λ_j , κ_j 分别为尺度和非对称参数, 尺度参数可以看作方差的倒数, 非对称参数的取值为0~1。

AL分布的概率密度函数为:

$$p_{AL}(x; \mu, \lambda, \kappa) \exp(-|x - \mu| \lambda \eta) \quad (4)$$

其中, $\eta = \kappa \mathbb{I}(x \geq 0) + (1 - \kappa) \mathbb{I}(x < 0)$, $\mathbb{I}(x \geq 0)$ 是指示函数, 如果 $x > 0$, 取1, 否则为0。

根据式 (2)、(3) 和 (4) 可以得到对数似然函数为:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \sum_{i=1}^{MH} \sum_{j=1}^B \log AL_j(x_{ij}, \lambda_j, \kappa_j) \\ &= \sum_{i=1}^{MH} \sum_{j=1}^B \log [\lambda_j \kappa_j (1 - \kappa_j)] - |y_{ij} - x_{ij}| \lambda_j \eta_{ij} \end{aligned} \quad (5)$$

参数 λ_j 、 κ_j 的更新结果如下, 具体迭代规则详见文献Xu等 (2022)。

$$\lambda_j = \frac{MH}{\sum_{i=1}^{MH} \eta_{ij} |y_{ij} - x_{ij}|} \quad (6)$$

$$\kappa_j = \frac{\xi_j + 2MH - \sqrt{\xi_j^2 + 4M^2H^2}}{2\xi_j} \quad (7)$$

其中 $\xi_j = \lambda_j \sum_{i=1}^{MH} (y_{ij} - x_{ij})$, M 和 H 分别表示HSI的高度和宽度。

由最大似然估计可以得到:

$$\min_{W, U, V} \|W \odot (Y - UV^T)\|_1 \quad (8)$$

其中 W 为非对称辅助参数, W 的 (i, j) 项为 $w_{ij} = \lambda_j \eta_{ij}$, \odot 表示元素积。等价于:

$$\begin{aligned} \min_{X, Z, U, V} \|Z\|_1 \\ \text{s.t. } Z = W \odot (Y - X), X = UV^T \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $Z \in \mathbb{R}^{MH \times B}$, $X \in \mathbb{R}^{MH \times B}$ 为两个辅助变量。

2.3 E3DTV

Peng等 (2020) 考虑到HSI的梯度图在不同波段之间存在不同的相关稀疏结构, 提出增强型三维全变分 (E3DTV) 正则化模型, 该模型没有对梯度图本身施加稀疏性约束, 而是对梯度图沿其频带的基空间上施加稀疏性约束, 提高了局部平滑性并保证了稀疏性。E3DTV可表示为:

$$\begin{aligned} \|X\|_{E3DTV} &= \sum_{j=1}^3 \|U_j\|_1 \\ D_j X &= U_j V_j^T, V_j^T V_j = I, j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $U_j \in \mathbb{R}^{MH \times R}$, $V_j \in \mathbb{R}^{B \times R}$ 。 $D_j X$ ($j = 1, 2, 3$) 分别为沿水平、垂直和光谱方向的差分运算。

3 本文工作

3.1 基空间非对称拉普拉斯全变分的去噪方法

考虑到HSI的噪声及梯度基空间 $U_i \in \mathbb{R}^{MH \times R}$ 都具有重尾性和非对称性, 因此同时对噪声和梯度基空间 U_i 做非对称 (AL) 建模, 利用 U_i 在原始梯度图上的先验信息, 提出基空间非对称拉普拉斯全变分 (BSALTV) 的HSI去噪方法。该方法探索了梯度基空间的内在分布情况及不同波段的稀疏结构, 避免了过度平滑, 利用空间和光谱维的相关性, 提高了去噪过程中的信息保持能力。模型如下:

$$\begin{aligned} \min_{\tau} \tau \sum_{i=1}^3 \|W_i \odot U_i\|_1 + \lambda \|W \odot N\|_1 \\ \text{s.t. } Y = X + N, D_i X = U_i V_i, V_i^T V_i = I \\ V_i \in \mathbb{R}^{B \times R}, U_i \in \mathbb{R}^{MH \times R}, i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (11)$$

其中 Y , X , N 分别为观测的HSI数据, 干净的HSI和噪声, W 和 W_i ($i = 1, 2, 3$) 为非对称辅助参数,

λ 和 τ 为正则化参数。

3.2 优化算法

通过 ADMM 算法求解式 (9)。利用增广拉格朗日函数可以将它们转化为式 (10)。得到：

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(X, N, U_i, V_i, Z_i, \Lambda_i) = & \sum_{i=1}^3 \|Z_i\|_1 + \lambda \|W \odot N\|_1 \\ & + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^3 \left\| Z_i - W_i \odot U_i + \frac{\Lambda_i}{\mu} \right\|_F^2 \\ & + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^3 \left\| D_i X - U_i V_i^T + \frac{\Lambda_{i+3}}{\mu} \right\|_F^2 \\ & + \frac{\mu}{2} \left\| Y - X - N + \frac{\Lambda_7}{\mu} \right\|_F^2 \end{aligned} \quad (12)$$

其中 μ 是惩罚参数, $\Lambda_i (i = 1, 2, 3)$ 是拉格朗日乘子。在 ADMM 框架中, 需将其他变量固定, 然后交替优化 (10) 中涉及到的每个变量。

更新 X , 式 (10) 中的更新同文献 (Peng 等, 2020):

$$\begin{cases} J = \mu(Y - N) + \Lambda_7 + \sum_{i=1}^3 D_i^T (\mu U_i V_i^T - \Lambda_{i+3}) \\ T = |\text{fftn}(D_1)|^2 + |\text{fftn}(D_2)|^2 + |\text{fftn}(D_3)|^2 \\ X^{k+1} = \text{ifftn} \left(\frac{\text{fftn}(\text{Fold}(J))}{\mu I + \mu T} \right) \end{cases} \quad (13)$$

其中 D_i^T 表示 D_i 的转置算子, fftn 和 ifftn 分别表示快速傅里叶变换和其逆变换, $|\cdot|^2$ 表示元素平方运算。

更新式 (10) 中的 $Z_i (i = 1, 2, 3)$, 同文献 (Cai 等, 2022), 有:

$$Z_i^{k+1} = \mathcal{S}_{\frac{\tau}{\mu}}(W_i \odot U_i - \frac{\Lambda_i}{\mu}) \quad (14)$$

更新式 (10) 中的 $U_i (i = 1, 2, 3)$, 同文献 (Fan 等, 2019) 可以得到:

$$U_i^{k+1} = \frac{\mu Z_i + (\mu D_i X + \Lambda_{i+3}) V_i - \Lambda_{i+4}}{\mu I + \mu W_i} \quad (15)$$

更新式 (10) 中的 $V_i (i = 1, 2, 3)$, 同文献 (Peng 等, 2020), 可以得到 V_i 的更新方程为:

$$\begin{cases} [B, D, C] = \text{svd} \left(\left(D_i X + \frac{\Lambda_{i+3}}{\mu} \right)^T U_i \right) \\ V_i^{k+1} = BC^T \end{cases} \quad (16)$$

更新 N , 同文献 (Wang 等, 2018), 有:

$$N^{k+1} = \frac{\mu(Y - X) + \Lambda_7}{W + I} \quad (17)$$

更新拉格朗日乘子 $\Lambda_i (i = 1, 2, 3)$:

$$\begin{aligned} \Lambda_i^{k+1} &= \Lambda_i + \mu(Z_i - W_i \odot U_i) \\ \Lambda_{i+3}^{k+1} &= \Lambda_{i+3} + \mu(D_i X - U_i V_i^T) \\ \Lambda_7^{k+1} &= \Lambda_7 + \mu(Y - X - N) \end{aligned} \quad (18)$$

3.3 算法的计算复杂度分析

在上述算法中, $Z_i, U_i (i = 1, 2, 3)$ 的计算复杂度都为 $o(MHR)$ (Zheng 等, 2020), X 的计算复杂度为 $o(MHB \log(MH))$ (Peng 等, 2020), N 的计算复杂度为 $o(MHB)$ (Zheng 等, 2020), 通过 SVD 更新 V_i , 时间复杂度为 $o(BR^2)$ (Zhang 等, 2022), 因此, 所提算法的计算复杂度为 $o(6MHR + MHB + BR^2 + MHB \log(MH))$ 。此外, 得到式 (9) 需迭代 λ, η, κ , 且它们的计算复杂度都为 $o(B)$ (Xu 等, 2022), 因此, 总的计算复杂度为 $o(6MHR + MHB + BR^2 + MHB \log(MH) + 3B)$ 。最后各方法的平均运行时间详见表 1。

综上所述可以得到算法 1

表1 两种模拟数据集上不同去噪方法的定量评价结果

Table 1 Quantitative evaluation results of different denoising methods on two simulation datasets

Dataset	Case	Index	Noisy	BALMF	CTV	E3DTV	DSSGRN	ENCAM	BSALTV
Pavia	Case1	MPSNR	19.128	30.665	34.103	<u>34.754</u>	25.087	19.672	35.825
		MSSIM	0.4113	0.8783	0.9444	<u>0.9510</u>	0.7582	0.5045	0.9599
		ERGAS	407.31	111.39	74.699	<u>71.123</u>	228.50	418.95	60.162
	Case2	MPSNR	18.393	30.353	33.285	<u>34.144</u>	26.703	27.159	35.019
		MSSIM	0.3782	0.8719	0.9383	<u>0.9466</u>	0.7730	0.8302	0.9548
		ERGAS	440.67	118.89	80.221	<u>75.353</u>	202.55	162.27	65.716
	Case3	MPSNR	14.166	29.150	34.440	<u>34.578</u>	24.299	19.376	35.162
		MSSIM	0.2224	0.8850	0.9508	<u>0.9517</u>	0.7272	0.4817	0.9566
		ERGAS	766.21	204.81	<u>71.145</u>	73.849	246.20	437.17	65.385
Meantime (s)				222.31	72.213	55.691	98.163	252.08	77.961
DC	Case1	MPSNR	19.194	32.168	<u>35.226</u>	34.701	23.870	28.753	37.367
		MSSIM	0.4042	0.9032	<u>0.9530</u>	0.9462	0.6827	0.8459	0.9699
		ERGAS	421.88	94.045	<u>66.337</u>	76.133	280.28	158.75	51.737
	Case2	MPSNR	18.960	31.980	<u>35.009</u>	34.338	24.184	28.310	37.116
		MSSIM	0.3949	0.8981	<u>0.9510</u>	0.9427	0.6677	0.8359	0.9686
		ERGAS	438.84	98.359	<u>68.227</u>	78.374	289.84	167.44	53.255
	Case3	MPSNR	14.386	29.048	35.165	<u>35.283</u>	21.934	19.608	37.156
		MSSIM	0.2394	0.8474	0.9528	<u>0.9550</u>	0.6103	0.3833	0.9706
		ERGAS	835.82	222.44	<u>68.054</u>	74.153	346.01	510.37	53.729
Meantime (s)				651.58	327.23	194.17	615.70	743.73	229.77

注: 加粗表示最优结果, 下划线表示次优结果。

算法1: BSALTV 求解算法

输入: 含噪高光谱图像 Y , 正则化参数 λ, τ , 秩 r , 收敛条件 $\varepsilon = 10^{-6}, \mu = 0.05, \mu_{\max} = 10^6$

初始化:

$X, U_i, V_i, N, A_i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$

通过式(11)和(15), 更新 X, N

通过式(12)、(13)和(14), 更新 Z_i, U_i, V_i

通过式(16), 更新 $A_i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$

更新惩罚因子: $\mu = \min(\rho\mu, \mu_{\max})$

迭代终止条件:

$$\|Y - X - N\|_F^2 / \|Y\|_F^2 \leq \varepsilon,$$

$$\|D_i X - U_i V_i^T\|_F^2 \leq \varepsilon, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

输出: 干净的 HSI X

4 实验结果与讨论

4.1 对比算法

模拟和真实数据实验都证明了所提方法在 HSI 去噪的有效性。为了验证所提方法的性能, 选取五种现有的 HSI 去噪方法进行比较, 即 BALMF (Xu 等, 2022)、CTV (Peng 等, 2023)、E3DTV

(Peng 等, 2020) 以及 DSSGEN (Cao 等, 2022) 和 ENCAM (Ma 等, 2020) 方法。其中, BALMF 通过将噪声建模为 AL 分布, 结合 LRMF 框架去除噪声。CTV 可以同时编码低秩和局部平滑性, 实现对联合低秩局部光滑部分和稀疏部分的分离。DSSGRN 通过对全局空间和光谱相关信息进行建模和推理进行去噪。ENCAM 能更有效地提取联合空间-频谱特征。E3DTV 利用梯度图沿其频带基空间上的稀疏性, 进一步去噪。具体参数详见参考文献。所有实验都是在 Windows 10 上使用 MATLAB (R2021a) 实现的, 它具有 Intel Core i5-8265U 1.60GHz 1.80 GHz 处理器和 8-GB RAM。

4.2 评价指标

为了比较不同方法的性能, 采用平均峰值信噪比 (MPSNR) (Zhang 等, 2022)、平均结构相似指数 (MSSIM) (Wang 等, 2004) 和误差相对全局综合维数 (ERGAS) (Wang 等, 2018) 客观评价恢复质量:

$$PSNR_i = 10 * \lg \frac{MH}{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^H [X_i(x,y) - Y_i(x,y)]^2} \quad (19)$$

$$MPSNR = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B PSNR_i \quad (20)$$

$$SSIM_i = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)} \quad (21)$$

$$MSSIM = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B SSIM_i \quad (22)$$

$$ERGAS = \sqrt{\frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \frac{mse(ref_i, res_i)}{Mean_2(ref_i)}} \quad (23)$$

其中 X_i , Y_i 分别表示原始和恢复图像的第 i 个波段, μ_x , μ_y 分别代表对应波段的像素平均值, σ_x^2 , σ_y^2 代表其对应方差, σ_{xy} 表示其协方差, C_1 , C_2 是常数。ref _{i} , res _{i} 分别表示参考图像和恢复图像的第 i 个波段。

4.3 模拟数据实验

利用 Pavia city center (Pavia) 和 DC mall (DC) 数据集进行模拟实验, 数据集的大小分别为 $200 \times 200 \times 80$ 和 $256 \times 256 \times 191$ 。真实的 HSI 通

常包含各种噪声, 如高斯噪声, 脉冲噪声、死线和条纹等。为了模拟真实 HSI, 在干净的 HSI 中加入三种类型的噪声, 这些噪声的具体设置细节设置如下。

Case1: 在 Pavia 和 DC 数据集的每个波段加入方差为 0.1 的零均值高斯噪声, 在 Pavia 和 DC 数据集的每个波段加入密度为 0.01 的脉冲噪声。

Case2: 与 Case1 一样, 加入高斯噪声和脉冲噪声。此外, 对于 DC 数据集, 从区间 91 到区间 130 添加死线, 数量从 3 到 10 随机选择, 宽度从 1 到 3 随机生成, 从区间 161 到区间 190 添加条纹, 条纹的数量从 20 到 40 随机选择。对于 Pavia 数据集, 从区间 51 到区间 80 添加死线, 数量从 3 到 10 随机选择, 宽度从 1 到 3 随机生成, 从区间 21 到区间 70 添加条纹, 条纹的数量从 20 到 40 随机选择。

Case3: 在 Pavia 和 DC 数据集中, 每个波段上随机加入方差为 0~0.2 零均值高斯噪声; 其次, 在每个波段中随机加入密度百分比为 0~20% 的脉冲噪声。

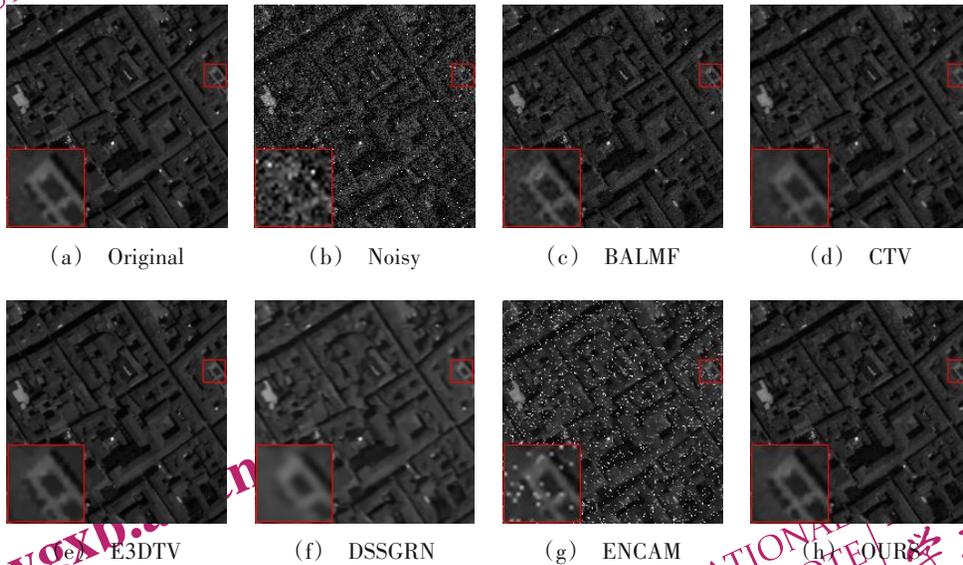


图2 Case1 Pavia city center 数据集第 12 波段恢复效果
Fig.2 Restored results of band 12th in Pavia dataset of Case1

对死线和条纹的模拟与 Case2 相同。表 1 给出了三种噪声情况下 BALMF、CTV、E3DTV、DSSGRN、ENCAM 及所提方法的定量结果。可以看出, 随着噪声量级的增加, 噪声的非对称性越强, 本文所提方法的去噪效果越好。

图 2 和图 3 分别为模拟噪声 Pavia Case1 和 DC

Case3 的去噪放大效果。在 Case1 中高斯噪声占其它噪声的主导地位。从图 2 可以看出 BALMF 和 ENCAM 中仍存在较重的高斯噪声, CTV 基本去除了混合噪声, 但仍残留少量高斯噪声, 不能很好的处理图像细节。DSSGRN 可以去除一些混合噪声, 但由于其过度平滑处理, 造成光谱失真和图

像细节丢失。E3DTV 和所提方法可以很好地去除混合噪声,但在图3中,可以看到E3DTV处理后的图像呈现出较为明显的过度平滑现象,导致恢复图像细节信息和纹理信息的丢失。相比之下,所提方法可以有效去除混合噪声,在恢复全局结构和局部细节方面都优于其它比较方法。为了直观验证各种比较方法去除噪声的能力,图4给出了去噪后的垂直平均曲线,所提方法的轮廓曲线最

接近干净图像,与图3所示的视觉对比度一致。总的来说,与其他方法相比,所提方法保留了其他方法无法保留的细节,进一步证明了该方法在保留结构信息及降噪方面的优越性。图5比较了Case2情况下两个数据集在不同方法下的PSNR和SSIM值。所提方法几乎在每个波段都比其他方法获得更高的PSNR值和SSIM值,再次验证了所提方法在去除HSI混合噪声方面的有效性。

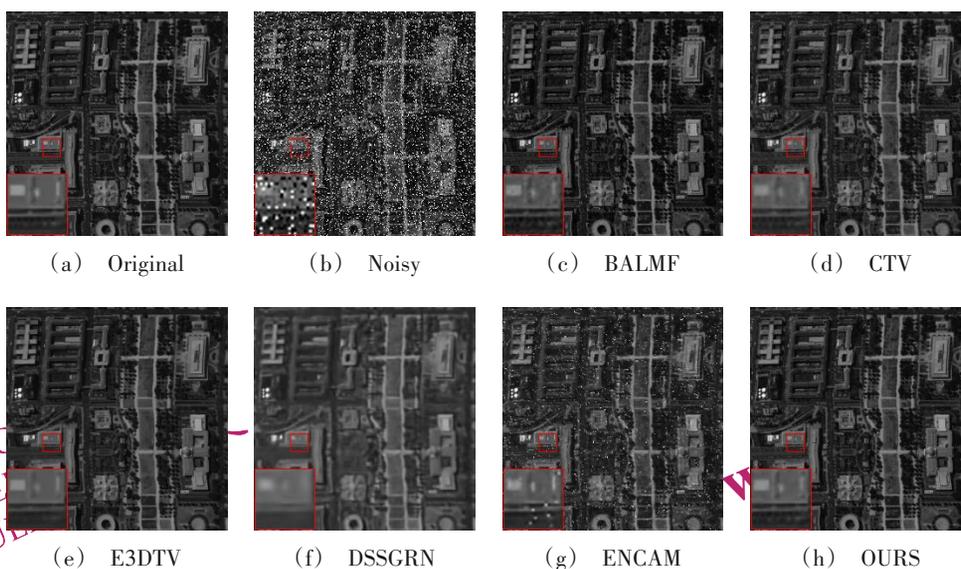


图3 Case3 DC mall数据集第53波段的恢复效果
Fig.3 Restored results of band 53th in DC dataset of Case3

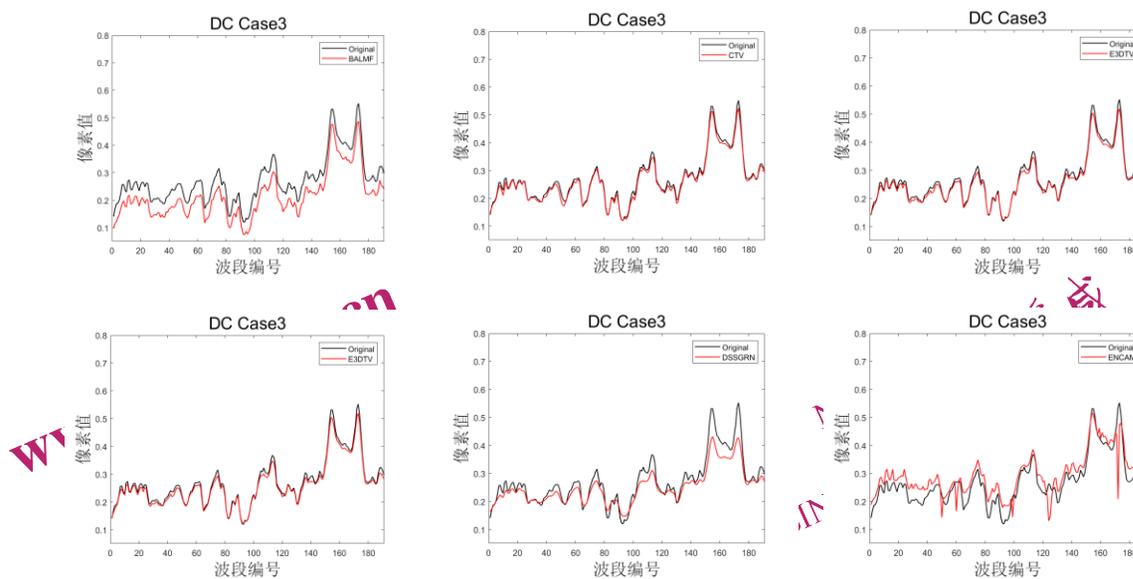


图4 DC数据集Case3中恢复结果的垂直平均曲线
Fig.4 Vertical mean curves of the recovery results in DC dataset of Case3

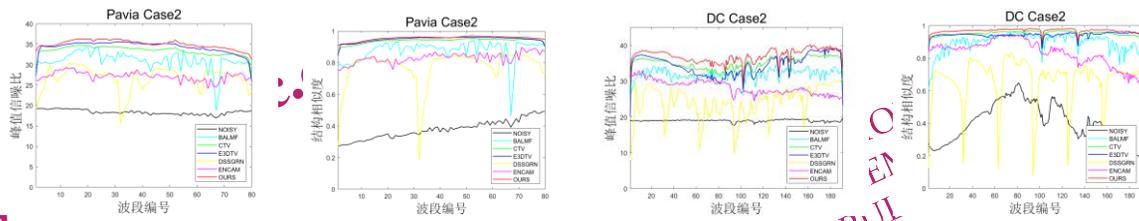


图5 两种数据集下不同方法的PSNR和SSIM的对比图

Fig.5 Comparison of PSNR and SSIM of different methods in two datasets

4.4 真实数据实验

真实数据集 Urban 包含 210 个波段，每个波段的大小为 200×200 。图 6 展示了 207 波段的噪声图及不同去噪结果，噪声图由强烈的混合噪声组成。通过局部放大可以看出，BALMF 即使恢复了细节，但由于恢复图像的对比度不足，导致图像过于暗淡。ENCAM 去噪后的结果仍然存在大量高斯噪声和水平条纹噪声。CTV 可以去除大部分噪声，但水平条纹噪声的去除效果不佳。DSSGRN 在很大程度上去除了混合噪声，但恢复后的图像过于平滑，

造成光谱失真，丢失了更多的细节。而 E3DTV 和所提方法在去除噪声的同时保持了底层结构，重构了更加清晰的边缘，展示了优越的去噪性能。为了进一步证明所提方法去除混合噪声的能力，图 7 给出了像素 (99, 99) 在去噪前后的光谱特征曲线。可以看到，E3DTV 显示出过于平滑的光谱特征，不能很好地保留图像细节信息，所提方法可以较好地保留图像的结构信息，得到了更接近原始曲线的光谱曲线，表明其降噪能力优于其他比较方法。

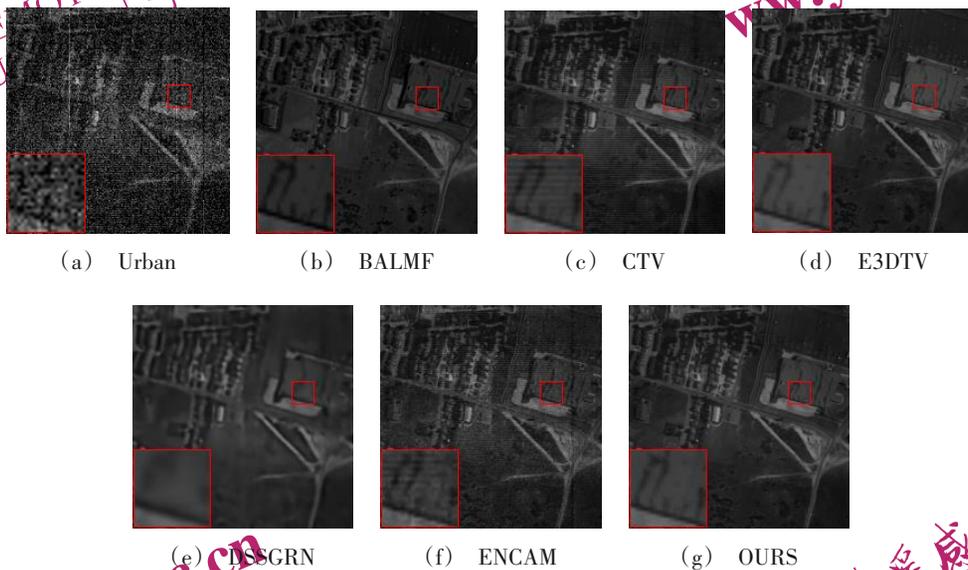


图 6 真实数据集 Urban 第 207 波段去噪效果对比

Fig.6 Comparison of denoising effect of Urban 103th band in real dataset

4.5 收敛性分析和参数分析

本文通过实验验证了所提方法的收敛性。图 8 给出了不同迭代次数下所提方法的 MPSNR 和 MSSIM 值。可以看出，迭代 30 步后 MPSNR 和 MSSIM 值趋于稳定，表明所提方法收敛于稳定解。

本文涉及到的参数分别是 λ , τ , r ，参数的选择决定了 HSI 去噪的结果。下面将讨论这些参数的

敏感性。

(1) 参数 λ , τ 的分析。图 9 给出了参数 λ 和 τ 与 MPSNR、MSSIM 之间的关系，可以看出所提方法对这两个参数具有相对的鲁棒性和稳定性，当 λ 和 τ 分别在 $[10^{-2}, 10^2]$ 和 $[10^{-4}, 10^0]$ 范围内时，可以产生更好地结果。在 Pavia 数据集中， λ 和 τ 的最优值分别取 1 和 $0.001 * \sqrt{200 * 200}$ ；在 DC 数据

集中, λ 和 τ 的最优值分别取 0.8 和 $0.001 \cdot \sqrt{256 \cdot 256}$ 。

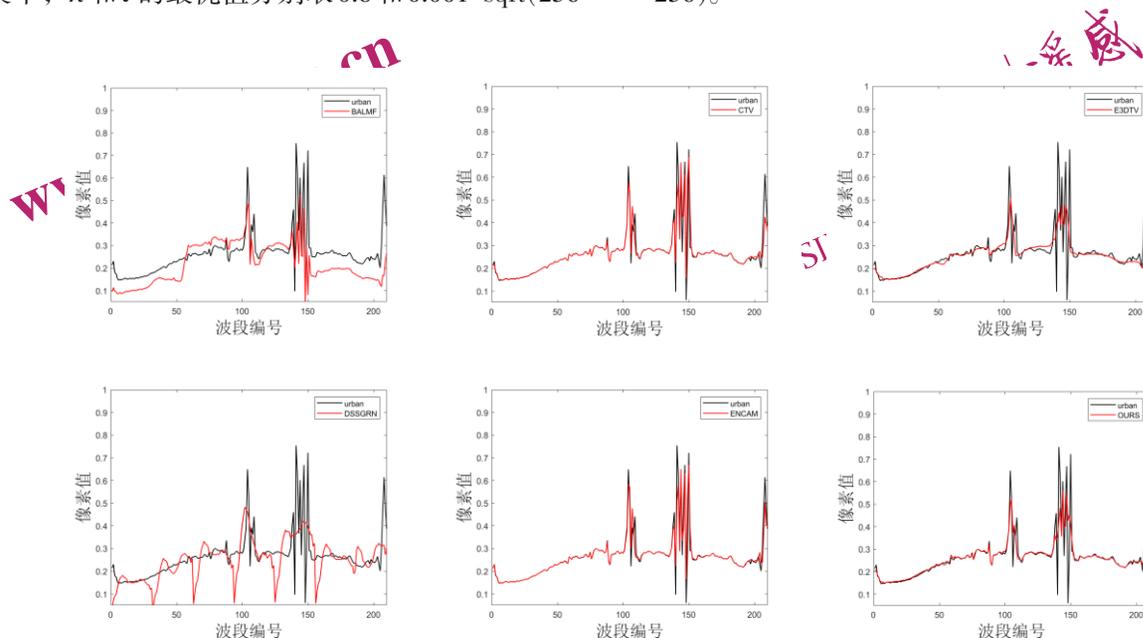


图7 真实数据集 Urban 第(99,99)波段的光谱曲线

Fig.7 Spectral curve of band (99,99) of Urban in the real dataset

(2) 参数 r 的分析。本文采取人工实验调整的方法来确定参数 r 的最优设置。图 10 给出了 Pavia 和 DC 数据集中 Case2 的指标 MPSNR 和 MSSIM 的变化情况, 从中可以发现, 当选择的秩大于最优

秩时, case2 趋于稳定值, 故所提方法随着秩 r 的增加具有很强的鲁棒性。本文设定 r 的范围为 1-30 步长为 2, 将 Pavia 数据集的最优秩 r 设置为 3, DC 数据集的最优秩 r 设置为 6。

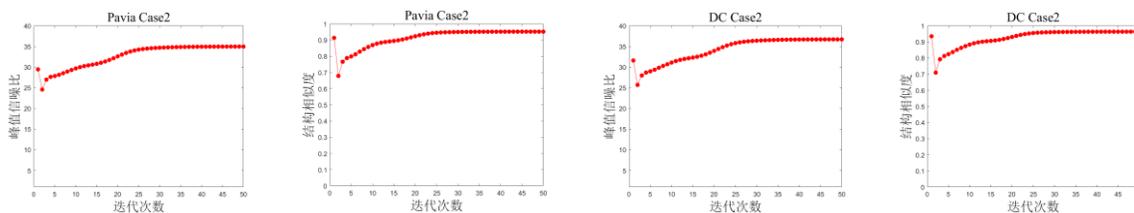


图8 MPSNR 和 MSSIM 随迭代次数的变化

Fig.8 Changes of MPSNR and MSSIM with the number of iterations

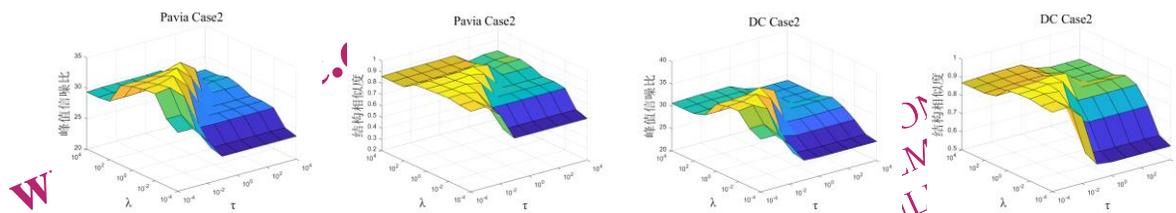
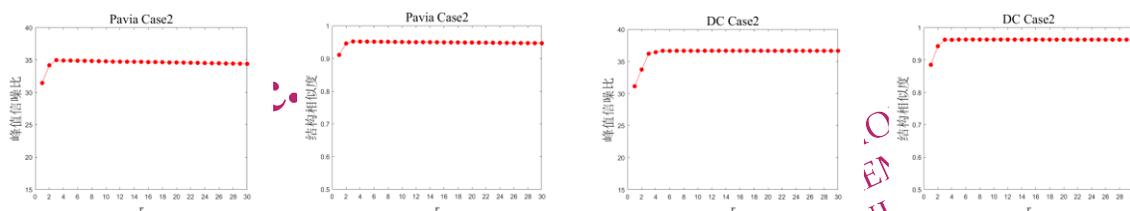


图9 MPSNR 和 MSSIM 随参数 λ, τ 的变化

Fig.9 Changes of MPSNR and MSSIM with parameters λ, τ

图10 MPSNR和MSSIM随秩 r 的变化Figure 10 Changes of MPSNR and MSSIM with rank r

5 结论

本文提出了用于HSI混合噪声去除的BSALT_V模型。考虑到噪声和 U_i 都具有重尾性和非对称性，且 U_i 保持了原始梯度图上的先验信息，因此将噪声和 U_i 统一建模为AL分布。通过探索HSI梯度基空间的深层结构信息及不同波段的不同噪声模式，更好地反映了HSI梯度的稀疏先验分布特征，避免了过度平滑，保留了图像边缘和细节信息，提高了HSI的局部平滑性，保证了稀疏性。最后，通过ADMM算法给出所提方法的交替迭代规则。与其他最先进的方法相比，所提方法在合成数据和实际数据方面都优于其他方法。在未来，可能尝试将非对称噪声建模应用于高阶低秩张量分解模型，避免破坏空间结构。

参考文献(References)

- Tao D P, Lin X, Jin L W and Li X L. 2016. Principal Component 2-D Long Short-Term Memory for Font Recognition on Single Chinese Characters. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 46(3): 756-765
- Dong W S, Fu F Z, Shi G M, Cao X, Wu J J, Li G Y and Li X. 2016. Hyperspectral Image Super-Resolution via Non-Negative Structured Sparse Representation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 25(5): 2337-2352
- Willett R M, Duarte M F, Davenport M A and Baraniuk R G. 2014. Sparsity and Structure in Hyperspectral Imaging. *IEEE Signal Processing Magazine*, 31(1): 116-126
- Zheng Y B, Huang T Z, Zhao X L, Chen Y and He W. 2020. Double-Factor-Regularized Low-Rank Tensor Factorization for Mixed Noise Removal in Hyperspectral Image. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 58(12): 8450-8464
- Peng J J, Xie Q, Zhao Q, Wang Y, Yee L and Meng D Y. 2020. Enhanced 3DTV Regularization and Its Applications on HSI Denoising and Compressed Sensing. *IEEE Transactions on Image Processing*, 29: 7889-7903
- Qian Y and Zhang L. 2024. Hyperspectral Image Denoising Algorithm

Based on Total Variation Weighted Difference Regularization. *Journal of Hefei University of Technology (Natural Science)*, 47(01): 47-53 (钱妍,张莉. 2024. 基于全变分加权差正则的高光谱图像去噪算法. 合肥工业大学学报(自然科学版), 47(01): 47-53)

- Peng J J, Wang Y, Zhang H Y, Wang J J and Meng D Y. 2023. Exact Decomposition of Joint Low Rankness and Local Smoothness Plus Sparse Matrices. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 45(5): 5766-5781
- Cao X Y, Fu X Y, Xu C and Meng D Y. 2022. Deep Spatial-Spectral Global Reasoning Network for Hyperspectral Image Denoising. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60
- Ma H W, Liu G C and Yuan Y. 2020. Enhanced Non-Local Cascading Network With Attention MECHANISM For Hyperspectral Image Denoising. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*: 2448-2452
- Xu S, Cao X Y, Peng J J, Ke Q, Ma C and Meng D Y. 2022. Hyperspectral Image Denoising by Asymmetric Noise Modeling. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60
- Wang Y F, Xu S, Cao X Y, Ke Q, Ji T Y and Zhu X X. 2023. Hyperspectral Denoising Using Asymmetric Noise Modeling Deep Image Prior. *Remote Sensing*, 15(8)
- Cai J Y, He W and Zhang H Y. 2022. Anisotropic Spatial-Spectral Total Variation Regularized Double Low-Rank Approximation for HSI Denoising and Destriping. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60
- Fan H X, Li J, Yuan Q Q, Liu X X and Ng M. 2019. Hyperspectral image Denoising with Bilinear Low Rank Matrix Factorization. *Signal Processing*, 163: 132-152
- Wang Y, Peng J J, Zhao Q, Leung Y, Zhao X L and Meng D Y. 2018. Hyperspectral Image Restoration Via Total Variation Regularized Low-Rank Tensor Decomposition. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 11(4): 1227-1243
- Zhang H, Cai J, He W, Shen H and Zhang L. 2022. Double Low-Rank Matrix Decomposition for Hyperspectral Image Denoising and Destriping. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60
- Zhang L, Qian Y, Han J M, Duan P and Ghamisi P. 2022. Mixed Noise Removal for Hyperspectral Image With $\{l_0\}$ - $\{l_{1-2}\}$ SSTV Regularization. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 15: 5371-5387

Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R and Simoncelli E P. 2004. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity. IEEE Transactions on Image Processing, 13(4): 600-612

ty. IEEE Transactions on Image Processing, 13(4): 600-612

Base space Asymmetric Laplacian Total Variational Hyperspectral image denoising

SI Weina, YE Jun, JIANG Bin

School of science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China

Abstract: Real hyperspectral images (HSI) are vulnerable to high intensity mixed noise, and how to accurately model the noise is very important in the subsequent processing tasks. The method of asymmetric Laplacian noise modeling has achieved a good effect in removing mixed noise, and has been widely studied and applied in the field of HSI denoising. This method takes into account the heavy tail and asymmetry of noise, and models different noises in different bands. However, these methods ignore the inherent distribution characteristics of HSI gradient base space U_i , and can not retain the edge information and details of the image well, resulting in poor restoration effect. Considering that both noise and gradient basis space U_i have heavy tail and asymmetry, an asymmetric (AL) model of noise and gradient basis space is established, and basis space asymmetric Laplacian total variational (BSALTV) hyperspectral image denoising model is proposed. Among them, the gradient base space U_i fully retains the prior information of the original HSI gradient map, which can better reflect the sparse prior distribution characteristics of the gradient, showing a unique asymmetric distribution in different bands. In addition, by exploring the asymmetric distribution of gradient basis U_i and noise, the global low-rank information and noise distribution characteristics of different bands of the image are accurately mined to avoid excessive smoothing, and the correlation between spatial dimension and spectral dimension is utilized to improve the information retention ability in the process of denoising. The alternate direction multiplier algorithm was used to solve the model, and experiments were carried out on the simulated data set (Pavia and DC) and the real data set (urban) to verify the effectiveness of the proposed method in hyperspectral image denoising. In order to verify the performance of the proposed method, five existing HSI denoising methods are selected for comparison, respectively quantitative comparison and visual comparison. In the quantitative comparison, the PSNR and SSIM values obtained by the proposed method on the simulated data set are optimal in most cases, which fully proves the robustness of the proposed method in the HSI denoising task. In the visual comparison, by comparing the recovery effect diagrams and spectral characteristic curves of various comparison methods, the proposed method not only retains a clearer structure and sharp edge, but also realizes a more coherent spectral information reconstruction, and shows better performance in preserving local details. A BSALTV model for HSI mixed noise removal is proposed. By mining the deep structure information of HSI gradient base space and different noise patterns in different bands, the sparse prior distribution characteristics of gradients are better reflected, excessive smoothing is avoided, image edges and details are preserved, and the local smoothness of HSI is improved to ensure sparsity. Compared with other methods, the proposed method is superior to other methods both in terms of synthetic data and actual data.

Key words: Hyperspectral image, Denoising, Noise modeling, Asymmetric Laplacian distribution, Total variation, Gradient basis space, Sparse prior, Alternate direction multiplier method

Supported by (基金项目): This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (61971234) and intramural fund of Nanjing

University of Posts and Telecommunications (NY220209)